

Элементарными звеньями называются простейшие составные части (блоки) системы, поведение которых описывается алгебраическими уравнениями или дифференциальными уравнениями 1-го - 2-го порядка:

$$(2.50) \quad a_0 \ddot{x}_1 + a_1 \dot{x}_1 + a_2 x_1 = b_1 \dot{x}_2 + b_2 x_2 ,$$

где $x_1(t)$ - выходная переменная, $x_2(t)$ - входная переменная, a_i, b_i - постоянные коэффициенты (параметры). Уравнение (2.50) можно записать в операторной форме:

$$x_1 = \frac{b_1 p + b_2}{a_0 p^2 + a_1 p + a_2} x_2 ,$$

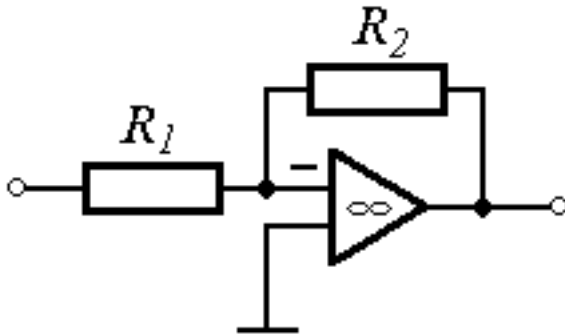
т.е. передаточная функция звена имеет вид

$$(2.51) \quad W(p) = \frac{b_1 p + b_2}{a_0 p^2 + a_1 p + a_2} .$$



Пропорциональное (безинерционное) звено. Звено описывается алгебраическим уравнением

$$(2.52) \quad x_1(t) = Kx_2(t) ,$$



где K - коэффициент пропорциональности, который (в силу отсутствия у блока инерционных свойств) совпадает со статической характеристикой. Переходная функция пропорционального звена -

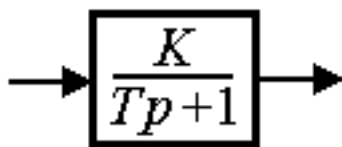
$$(2.53) \quad h(t) = K .$$

Примеры: измерительные потенциометры, редукторы, усилители напряжения ($K = -R_2 / R_1$) и т.д.

Апериодическое звено. Звено описывается дифференциальным уравнением

$$(2.54) \quad T\dot{x}_1 + x_1 = Kx_2$$

или, в приведенной форме - уравнением



$$(2.55) \quad \dot{x}_1 + ax_1 = bx_2,$$

где K - коэффициент, T - постоянная времени, $a=K/T$, $b=1/K$. Операторная форма звена имеет вид

$$(2.56) \quad x_1 = \frac{K}{Tp+1} x_2$$

или, соответственно,

$$(2.57) \quad x_1 = \frac{b}{p+a} x_2,$$

Переходная функция звена определяется выражением

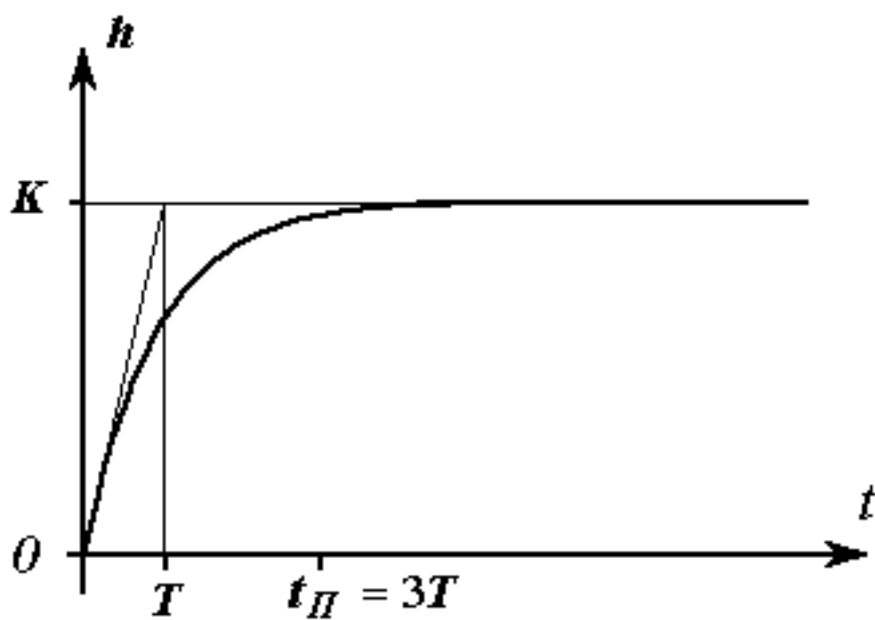
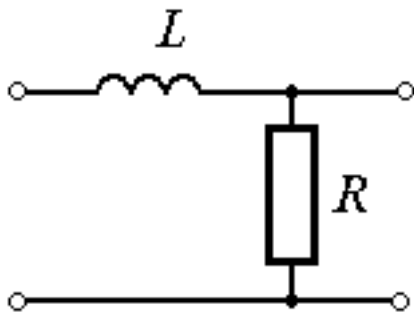


Рис. 2.10. Переходная функция аperiodического звена

$$(2.58) \quad h(t) = K(1 - e^{-\frac{t}{T}}),$$

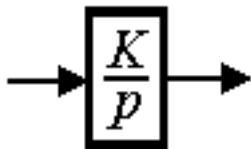


а статическая характеристика -

$$(2.59) \quad y_y = Ku .$$

Примеры: усилители мощности, тепловые процессы, процесс разгона двигателя
 RC - цепь (см. пример 1.1), LR цепь.

Интегрирующее звено. Звено описывается дифференциальным уравнением



$$(2.60) \quad \dot{x}_1 = Kx_2$$

или, в операторной форме

$$(2.61) \quad x_1 = \frac{K}{p} x_2 .$$

Переходная функция интегрирующего звена

$$(2.62) \quad h(t) = Kt .$$

Звено относится к астатическим блокам и поэтому не имеет статической характеристики.

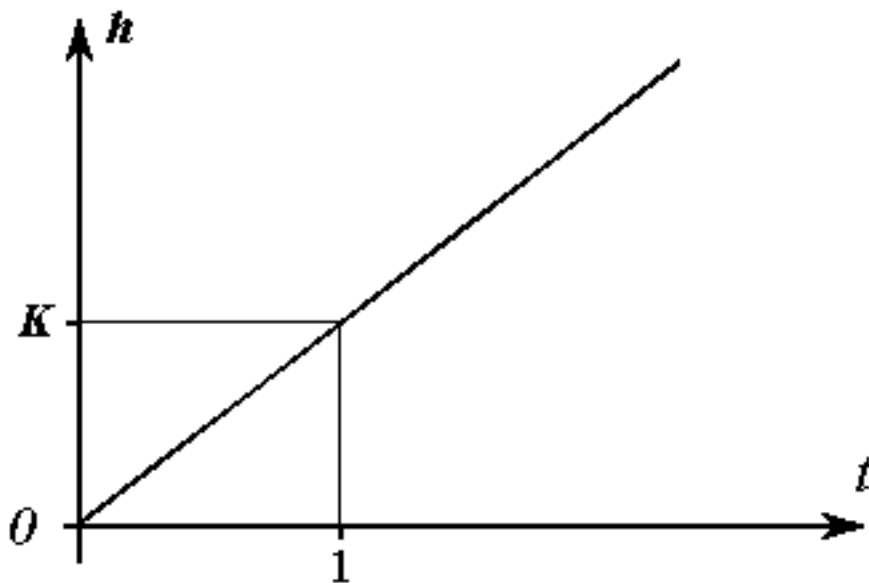
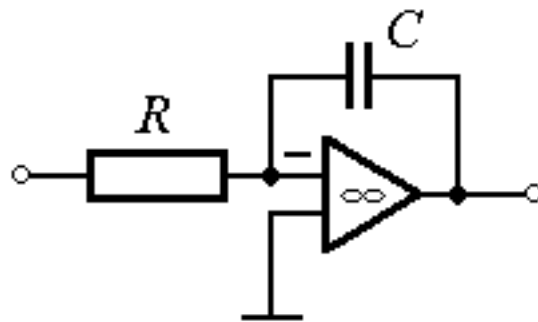


Рис. 2.11. Переходная функция интегрирующего звена

Примеры: элементы механических систем (см. движение материальной точки, пример 2.3), описываемые уравнениями динамики вида



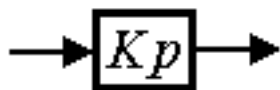
$$\dot{V} = \frac{1}{m} F,$$

и кинематическими уравнениями

$$\dot{y} = V;$$

электронные интеграторы ($K = -1/(RC)$) и т.д.

Дифференцирующее звено (идеальное). Звено описывается дифференциальным уравнением



$$(2.63) \quad x_1 = K \dot{x}_2$$

или, в операторной форме,

$$(2.64) \quad x_1 = (Kp)x_2 .$$

Переходная функция дифференцирующего звена -

$$(2.65) \quad h(t) = K\delta(t) ,$$

а реакция звена на линейно-нарастающий сигнал $x_2=t$ -

$$(2.66) \quad x_1 = K .$$

При $x_2 = \text{const}$ для любых $t>0$ выполняется $x_1 \equiv 0$ и, следовательно, статической характеристикой звена является прямая $x_1 = 0$.

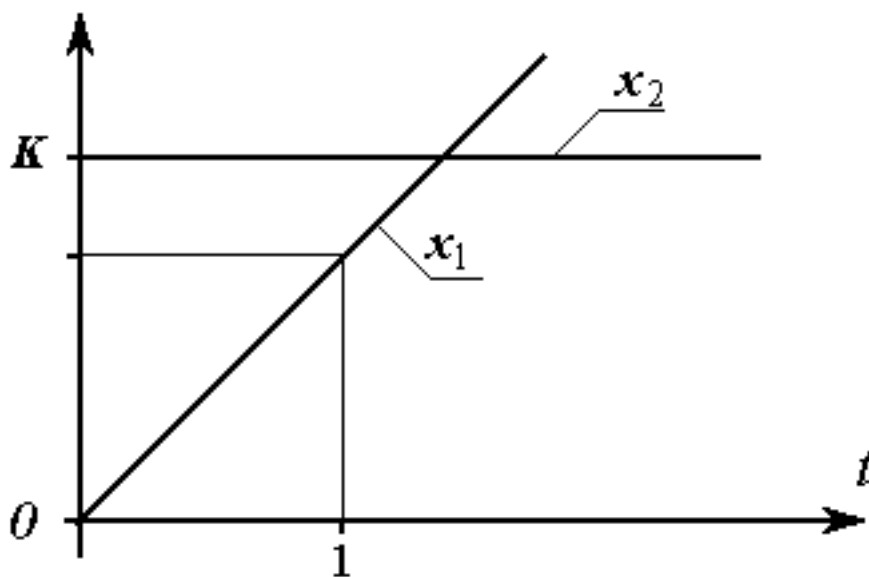
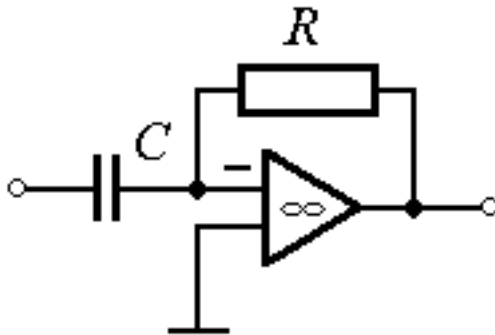


Рис. 2.12. Реакция дифференцирующего звена $x_2(t)$ на линейно нарастающее воздействие $x_1(t)$



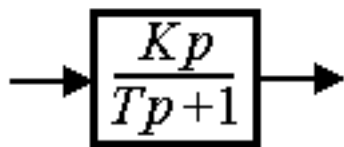
Примеры: тахогенератор (электромашинный датчик скорости), электронный дифференциатор ($K = -RC$).

Замечание 2.4. Выходом дифференцирующего звена является производная входного сигнала, т.е. его мгновенная скорость dx_2/dt . Операция нахождения текущего значения скорости $x_1(t)=dx_2(t)/dt$ только по информации об известном в данный момент времени t сигнале $x_2(t)$ физически не реализуема и поэтому идеальных дифференцирующих звеньев не существует. Тем не менее производная может быть приближенно рассчитана как $\hat{x}_1(t)=D x_2(t)/D t$, где $D t$ - интервал времени, $D x_2$ -соответствующее приращение сигнала x_2 . При уменьшении интервала $D t$ можно получить значение $\hat{x}_1(t)$, сколь угодно близкое к текущему значению скорости $x_1(t)$. Следовательно, несмотря на нереализуемость (с абсолютной точностью) операции дифференцирования, теоретически возможно построение звена, которое обеспечивает нахождение производной $dx_2(t)/dt$ со сколь угодно высокой точностью.

Реальное дифференцирующее звено. Звено описывается уравнением

$$(2.67) \quad T\dot{x}_1 + x_1 = K\dot{x}_2$$

или, в операторной форме,



$$(2.68) \quad x_1 = \frac{Kp}{Tp + 1} x_2$$

Переходная функция звена имеет вид

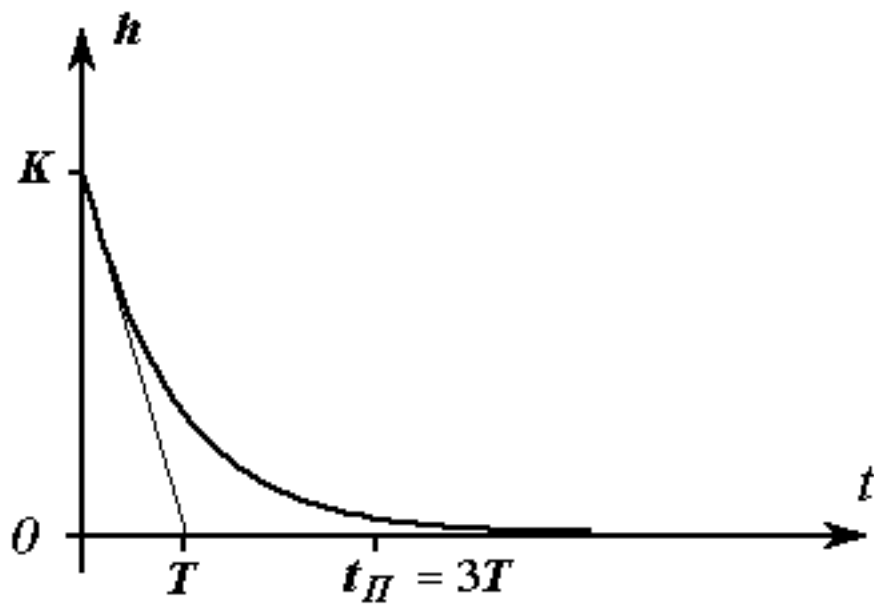


Рис. 2.13. Переходная функция реального дифференцирующего звена

$$(2.69) \quad h(t) = \frac{K}{T} e^{-\frac{t}{T}},$$

а реакция звена на линейно-нарастающий сигнал $x_1=t$ совпадает с переходной функцией апериодического звена, т.е.

$$(2.70) \quad x_1(t) = K(1 - e^{-\frac{t}{T}}).$$

При $x_2=\text{const}$ и $t \rightarrow \infty$ выполняется $x_1 = 0$, что соответствует статической характеристике звена.

При достаточно малых постоянных времени T , характеристики звена приближаются к характеристикам идеального дифференцирующего звена (см. Замечание 2.4).

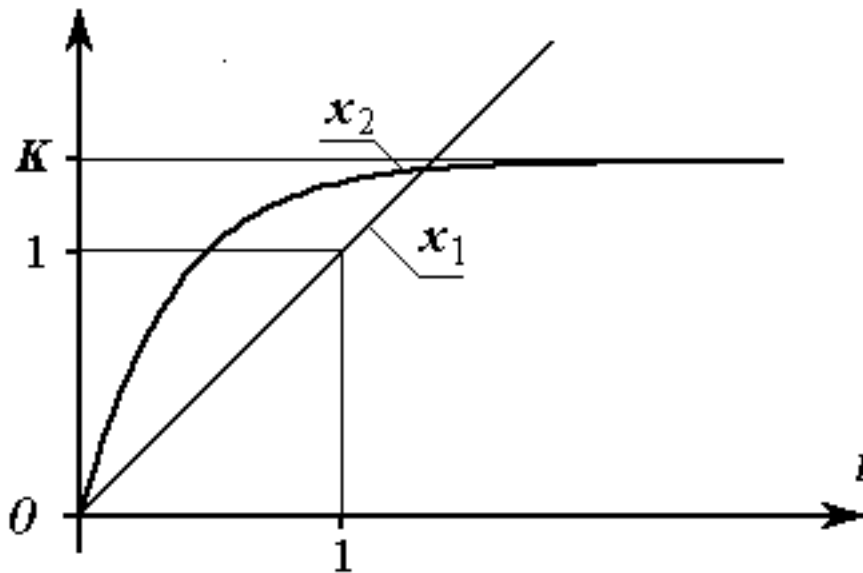
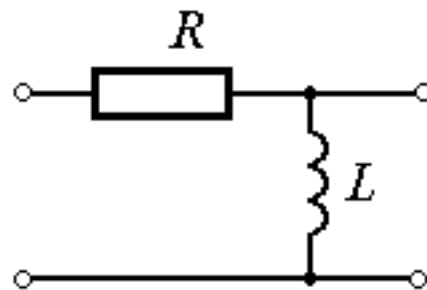
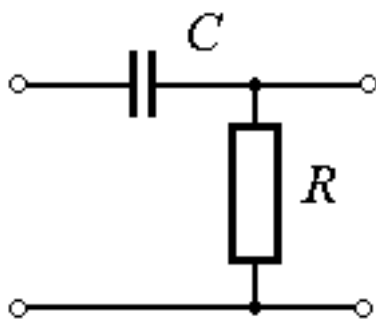


Рис. 2.14. Реакция реального дифференцирующего звена $x_2(t)$ на линейно нарастающее воздействие $x_1(t)$

Примеры: CR и RL цепи.



Колебательное звено. Звено описывается дифференциальным уравнением 2-го порядка

$$(2.71) \quad T^2 \ddot{x}_1 + 2T\xi \dot{x}_1 + x_1 = Kx_2 ,$$

T - постоянная времени, $\xi \in (0,1)$ - параметр затухания, или операторным уравнением (2.50), где передаточная функция имеет вид

$$(2.72) \quad W(p) = \frac{K}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1} .$$

Корни характеристического уравнения принимают значения

$$p_{1,2} = -\frac{\xi}{T} \pm j \frac{1}{T} \sqrt{1 - \xi^2} = \alpha \pm j \omega ,$$

где $\alpha = -\frac{\xi}{T}$ - коэффициент затухания, $\omega = \frac{1}{T} \sqrt{1 - \xi^2}$ - угловая частота колебаний.

Переходная функция звена имеет вид

$$(2.73) \quad h(t) = K \left[1 - A_0 e^{\alpha t} \sin(\omega t + \varphi_0) \right] ,$$

где $A_0 = \frac{\sqrt{\omega^2 + \alpha^2}}{\omega}$; $\varphi_0 = \arctg \frac{-\omega}{\alpha}$, а статическая характеристика

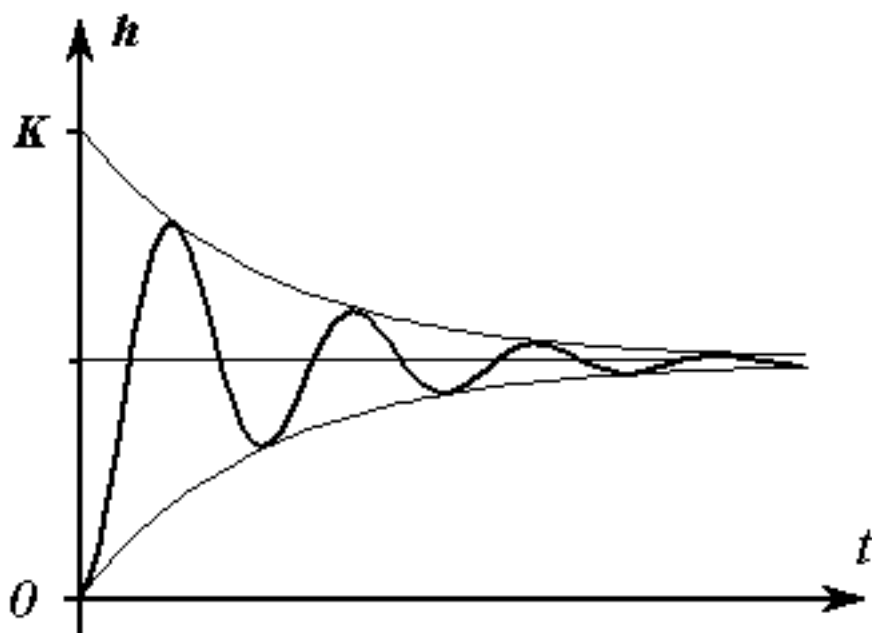
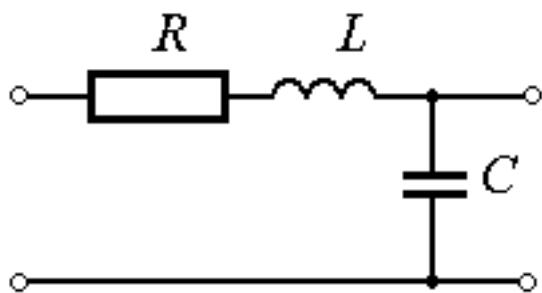


Рис. 2.15. Переходная функция колебательного звена

(2.74)
$$y_y = Ku$$

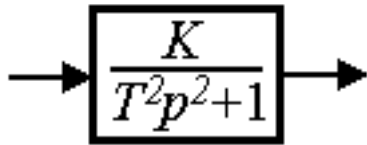


Примеры: маятник в вязкой среде, RLC - цепь.

Замечание 2.5. В предельном случае при $\xi = 0$ на выходе звена возникают незатухающие колебания, а при $\xi = 1$ - монотонный (апериодический) процесс, что соответствует рассматриваемым далее консервативному и двойному апериодическому звену.

Консервативное звено (осциллятор). Звено описывается дифференциальным уравнением

$$(2.75) \quad T^2 \ddot{x}_1 + x_1 = Kx_2$$



или операторным уравнением (2.50), где

$$(2.76) \quad W(p) = \frac{K}{T^2 p^2 + 1},$$

и получается из колебательного звена при $\xi = 0$. Консервативное звено имеет чисто мнимые полюсы

$$p_{1,2} = \pm j \frac{1}{T} = \pm j\omega$$

и переходную функцию вида

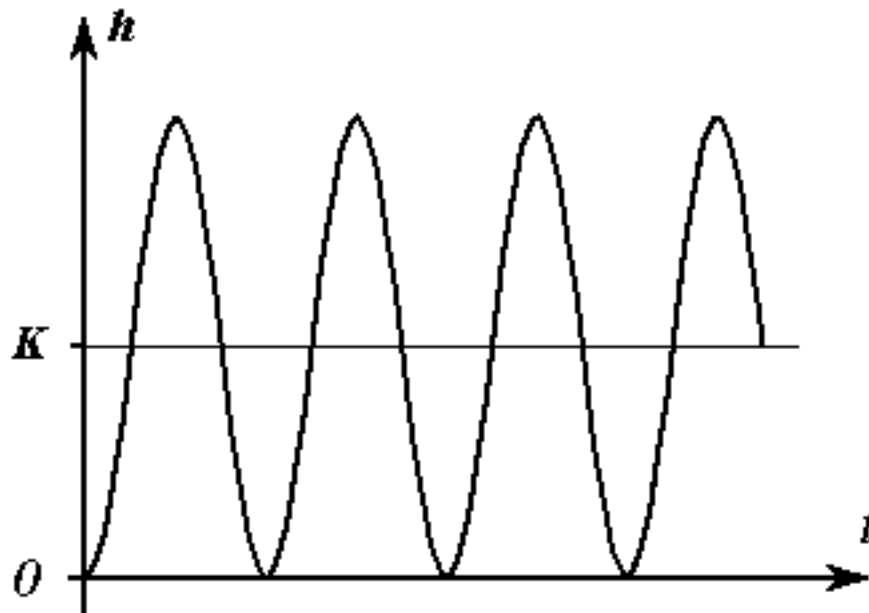
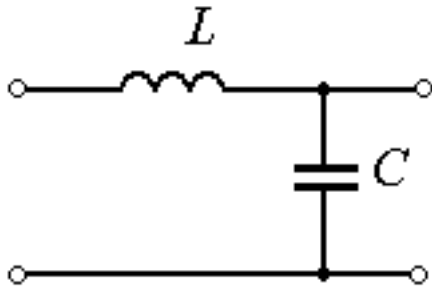


Рис. 2.16. Переходная функция колебательного звена

$$(2.77) \quad h(t) = K(1 - \cos \omega t) ,$$

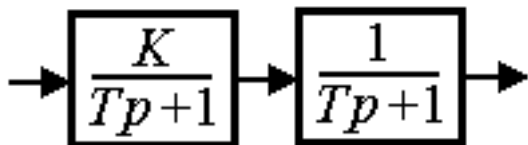
где $\omega = \frac{1}{T}$. Звено не имеет статической характеристики.



Примеры: маятник в вакууме; идеальный колебательный (LC) контур.

Двойное апериодическое звено. Звено описывается уравнением

$$(2.78) \quad T^2 \ddot{x}_1 + 2T\dot{x}_1 + x_1 = Kx_2$$



или операторным уравнением (2.50), где

$$(2.79) \quad W(p) = \frac{K}{Tp + 1} \frac{1}{Tp + 1} .$$

Звено имеет равные вещественные корни характеристического уравнения

$$p_{1,2} = -\frac{1}{T},$$

и переходную функцию

$$(2.80) \quad h(t) = K \left(1 - e^{-t/T} - \frac{t}{T} e^{-t/T} \right).$$

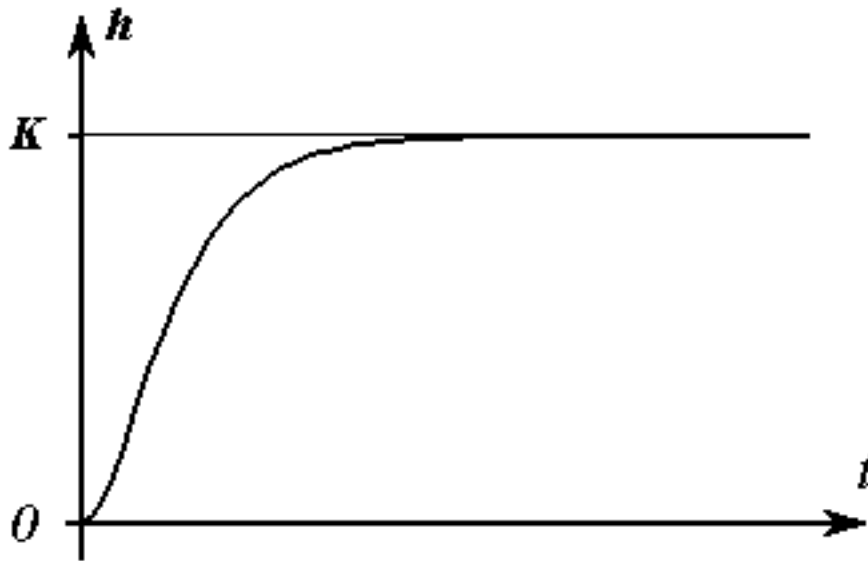


Рис. 2.17. Переходная функция двойного апериодического звена

Статическая характеристика звена

$$(2.81) \quad y_y = Ku.$$